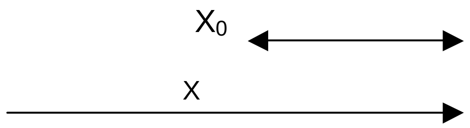
Formelsammlung Wärmetransportphänomene

1 Inhaltsverzeichnis

2 Taylorsche Reihenentwicklung



$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

wobei $f'(x_0) = \frac{\partial f(x_0)}{\partial x}$ und $x - x_0 = \Delta x = const.$

3 Schaltungen

3.1 thermischen Wiederständen

Arbeitsunterlagen Seite 43

3.1.1 Reihenschaltung

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

3.1.2 Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

3.2 Formfaktoren

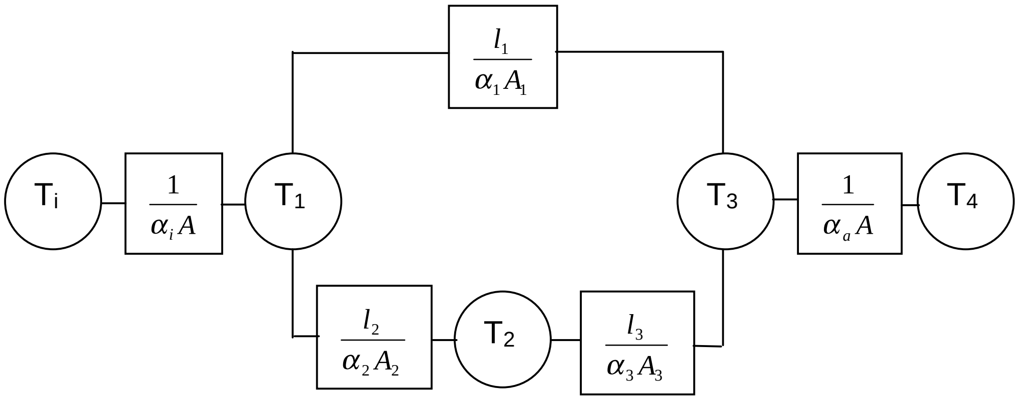
3.2.1 Reihenschaltung

$$\frac{1}{S_{L_{ges}}} = \frac{1}{S_{L_1}} + \frac{1}{S_{L_2}} + \ldots + \frac{1}{S_{L_n}}$$

3.2.2 Parallelschaltung

$$S_{L_{ges}} = S_{L_1} + S_{L_2} + \ldots + S_{L_n}$$

4 Blockschaltbild



5 Wärmestrom

Wärmestromdichte: $\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$

$\dot{Q} = \frac{\lambda}{d} A \Delta T = \frac{\Delta T}{\sum R_{th}} = \alpha A \Delta T = S \lambda \Delta T L = k A \Delta T$, wobei $\Delta T = T_{Umgebung} - T_{aktuell}$

6 dimensionslose Darstellung

- Elemente in der Formel ersetzen, aber Formel als ganzes darf nicht verändert werden.
- $\Theta = \frac{T(r) - T_\infty}{T_{bez}}$ nach $T(r)$ auflösen, differenzieren und in (Differential)-Gleichung einsetzen.
- Restliche Elemente ersetzen.
- Dimensionsbehaftete Größen (z.B. r_a bei $\xi = \frac{r}{r_a}$) dürfen rausgezogen werden (z.B. $dr \to d\xi r_a \to r_a d\xi$)

7 Ableitungen

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dT}{dr} = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) = \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right)$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr} r \frac{dT}{dr}$$

8 Wichtige Seiten

Thema	Seite	Bemerkung
Eindimensionale stationäre Wärmeleitung	41	
Randbedingungen	39	
Peclet-Gleichung	43	Wärmewiederstand
Formfaktoren	47	
Instationäre Wärmeleitung / idealgerührter Behälter	60	Fo>Fo*; Bi<0,2
Thermischer Strahler	79	

9 Energiebilanz

Bei stationärem Zustand $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$

$\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \underbrace{\Delta\dot{E}}_{Wärmequelle}$, wobei mit Fourier $\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} = -\frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x}\Delta x$

$$\dot{Q} = \underbrace{-\lambda A(r)\frac{dT}{dr}}_{diff.Element} = \underbrace{\alpha A(r)\Delta T}_{gesamtesElement}$$

9.1 Differentielles Element

$$U = \Delta mu = \Delta V\rho u = A(r)\Delta r\rho u$$

$$dV \approx 0, dp = 0, du = c_v dT, c_v = c_p, du = dh = c_p dT$$

Festkörper $dV \approx 0, dp = 0, du = c_v dT, c_v = c_p, du = dh = c_p dT$

$$A(r)\Delta r\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \Delta\dot{E}$$

Fläche die senkrecht zum Wärmestrom $\dot{Q}_x$ ist: wobei bei einer Kugel $A(r) = 4\pi r^2$, Zylinder $A(r) = 2\pi rL$, Wärmestrom (auch an der (Zylinder)-Wand) $\Delta\dot{E} = \Delta V\dot{w}$

$$\Delta V = A(r)\Delta r$$

unter Umständen Reihenschaltung von thermischen Wiederständen berücksichtigen.

9.2 gesamtes Element

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{Q}_x$$

$\frac{\partial U}{\partial t} = mdu = \rho c_p V dT$ (siehe oben)

10 Randbedingung

adiabate Wand $\dot{q} = 0 \rightarrow -\lambda \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_a} = 0 \rightarrow \frac{dT}{dr} = 0$

11 Instationäre Wärmeleitung (AU Seite 60)

Fourierzahl (Fo>Fo*; Kugel: 0,2; Zylinder: 0,25; Platte: 0,30): $Fo = \frac{at}{R^2} = \frac{\frac{\lambda}{\rho c}t}{R^2}$

Biotzahl (Bi<0,2): $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda} = \frac{kR}{\lambda} = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{kL}{\lambda} = \frac{kD}{\lambda}$ mit k=Wärmedurchgangszahl an D oder R mit λ.

12 Strahlung (AU Seite 79)

Diffus = alle Winkel

$\dot{q} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 = \dot{q}_1 + \dot{q}_1 = 2\dot{q}_1$, bei gleichem Material vom Schirm, sonst: $\dot{q}_1 = \dot{q}_2$

Absorptionsgrad: $\alpha = \frac{\dot{Q}_A}{\dot{Q}}$

Reflexionsgrad: $\rho = \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}}$

Transmissionsgrad: $\tau = \frac{\dot{Q}_T}{\dot{Q}}$

$\alpha + \rho + \tau = 1$

schwarzer Körper: $\alpha = 1, \rho = \tau = 0$

weißer Körper: $\rho = 1, \alpha = \tau = 0$

diathermer (strahlungsdurchlässiger) Körper: $\tau = 1, \alpha = \rho = 0$

Strahler ein grauer oder schwarzer Körper: $\varepsilon(\lambda, T) = \varepsilon(T) = \varepsilon\sigma T^4$ wenn $T_{strahler} = T_{absorber}$ und der ist

Für diffusen Einstrahler oder Oberfläche gilt: $\varepsilon(\lambda) = \alpha(\lambda)$

Für graue Körper $\varepsilon(\lambda) = \alpha(\lambda) = konst.$ oder grauer/schwarzer Strahler gilt: $\varepsilon = \alpha$

13 Konvektion und Kennzahlen

Strömungszustand:

- Hydrodynamischer Einlauf
- Reynoldszahl (erzwungene Konvektion): $\mathrm{Re} = \frac{wD_f}{\upsilon} = \frac{wl\rho}{\eta}$ mit $D_f = \frac{4A}{U}$
- Raleighzahl (freie Konvektion): $Ra = Gr\,\mathrm{Pr}$ (siehe AU Seite 73)

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon\rho c_p}{\lambda} = \eta \frac{c_p}{\lambda}$$

mittlere Nusselzahl: $Nu = \frac{\alpha D}{\lambda}$, örtliche Nusselzahl: $Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda}$

Hydrodynamischer Einlauf (Laminar) abgeschlossen bei: $\mathrm{Re}\frac{D}{L} < 20$

14 Grenzschicht

Laminare, längsangeströmte dünne Platte: $\delta = 5\,\mathrm{Re}^{-1/2}\,x$; turbulent: $\delta = 0.37\,\mathrm{Re}^{-1/5}\,x$

15 Vergleich Original / Modell

$\mathrm{Re}_O = \mathrm{Re}_M$: hydrodynamische Ähnlichkeit

$\mathrm{Pr}_O = \mathrm{Pr}_M$: thermische Ähnlichkeit

$\frac{l_O}{b_O} = \frac{l_M}{b_M}$: geometrische Ähnlichkeit

$Nu_O = Nu_M$: wenn Pr & und Re identisch

16 Allgemeines

$$w\rho A = \dot{m}$$

$$10^5\,\mathrm{Pa} = 10^5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\mathrm{bar}$$

$$1\mathrm{W} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 1\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{s}}$$

$$1\mathrm{m}^3 = 1*10^3\,\mathrm{dm}^3 = 1*10^6\,\mathrm{cm}^3 = 1*10^9\,\mathrm{mm}^3$$