

Formelsammlung Fluidmechanik

1 Inhaltsverzeichnis

1	Inhaltsverzeichnis	1
2	Grundlagen	2
3	Kennzahlen.....	3
4	Bernoulli-Gleichung.....	3
5	Messgeräte	4
6	Angriffslinie	4
7	Kräfte	4
7.1	Oberflächenkräfte / Hydrostatische Kräfte	4
7.2	Auftriebskraft	5
8	Ähnlichkeitsanalyse	5
9	Volumenstrom.....	5
9.1	reibungsfrei.....	5
9.2	reibungsbehaftet.....	5
10	Verluste	5
11	Wirkungsgrad	5
12	Leistungsberechnung.....	5
13	Impulssatz	5
14	Widerstandsbeiwert.....	6
15	Strömungen mit Reibung.....	6

2 Grundlagen

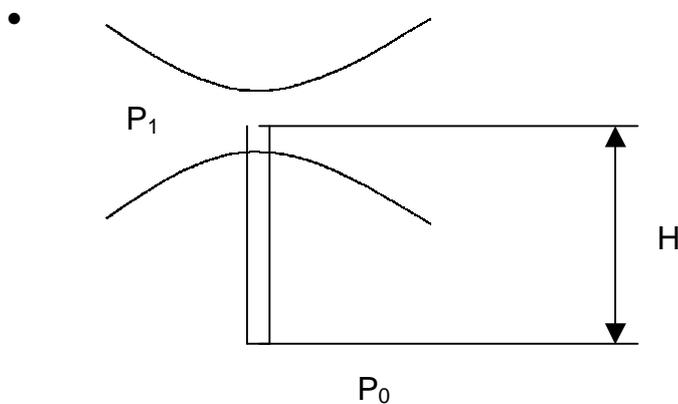
- Wo der selbe Druck über einen Querschnitt herrscht, muss nicht automatisch auch dieselbe Geschwindigkeit über den gesamten Querschnitt herrschen.

- $10^5 \text{ Pa} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ bar}$

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 * 10^3 \text{ dm}^3 = 1 * 10^6 \text{ cm}^3 = 1 * 10^9 \text{ mm}^3$$

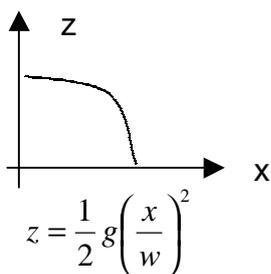
- $w\rho A = \dot{m}$



$$p_1 + \rho g H = p_0$$

- Bei Änderung von Q -> Änderung von w -> Änderung von λ

-



- Reynoldszahlen bei:
 - Rohrströmung > 2300
 - längsangeströmter Platte > $5 * 10^5$

3 Kennzahlen

Kompressibilität	Machähnlichkeit
Schwereeeinfluss	Froudzahl
Druckeeinfluss	Eulerzahl
Zeitabhängigkeit	Strouzahl
Widerstand	$c_w = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} w^2 A}$
Verlustleistung	$c_v = \frac{P}{\frac{\rho}{2} w^3 A}$

4 Bernoulli-Gleichung

- Druckform der Gleichung:

$$\alpha_1 \frac{\rho}{2} w_1^2 + \gamma_1 \rho g z_1 + \beta_1 p_1 + \Delta e = \alpha_2 \frac{\rho}{2} w_2^2 + \gamma_2 \rho g z_2 + \beta_2 p_2 + \underbrace{\Delta p_v}_{\text{Druckverlust}} + \underbrace{\int p \frac{\delta w}{\delta t} ds}_{\text{stationär}=0}$$

- Für jeden Rohrabschnitt einzelne Rohrwiderstände mit Länge und Durchmesser.
- Gleichung so aufstellen, dass ich **ALLE** Größen kenne bzw. sich ermitteln lassen (z.B. Wasseroberfläche) und auch ALLES berücksichtigen (z.B. Pumpe).
Drücke p_i sind am bzw. im Strahl
- Verluste: siehe Abschnitt 10
- Wobei α, β, γ Energieausgleichsfaktoren darstellen und meistens (turbulente Strömung: Rohr $Re > 2300$) $\alpha, \beta, \gamma = 1$ sind. Laminare Strömung $\alpha = 2$ und $\beta, \gamma = 1$
- Druckverlust auf die Seite, nachdem der Verlust durchlaufen ist.
- $\Delta p_v = \lambda \frac{L \rho}{2 D_f} w^2 = \zeta_R \frac{\rho}{2} w^2$, wobei $\zeta_R = \frac{\lambda}{D_f} L$ (Wandreibungsverlust) und

$$\lambda = \lambda \left(\text{Re}, \frac{k_S}{D_f} \right), \text{ wobei } \lambda \text{ nur für kreisförmige Querschnitte gilt, falls anders}$$

„fluidmechanischer Durchmesser“: $D_f = \frac{4A}{U}$, mit A Querschnitt und U Umfang

- λ (falls nicht anders angegeben) mit Reynoldszahl und Blasius siehe Skript Seite 146 berechnen.
- Werte für ζ_R siehe Skript S. 150
- $\Delta e > 0$ Energiezufuhr (Pumpe), $\Delta e < 0$ Energieabfuhr (Turbine),

$$\Delta e = \rho g H_{\text{Förderhöhe}} = \frac{P[\text{W}]\eta_P}{wA}; \Delta E = \Delta e[\text{bar}]Q\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] = P_P\eta_P; P_T = \Delta e[\text{bar}]Q\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right]\eta_T$$

5 Messgeräte

Siehe Skripte Seite 66 bzw. 124

6 Angriffslinie

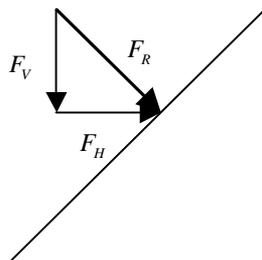
$$F_x z_D = - \int z p(z) dA_x$$

$$F_z x_D = - \int x p(x) dA_z$$

7 Kräfte

7.1 Oberflächenkräfte / Hydrostatische Kräfte

Resultierenden Kräfte immer senkrecht auf Körperoberfläche



$$F_V = \rho g V_{\text{über der betrachteten Fläche}} = \rho g A_{\text{projiziert}} H_{\text{Mittel}}$$

$$F_H = p_{\text{mittel}} A_{\text{der projizierten Fläche}}$$

$$F_R = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}$$

Kraft = Volumen des Drucks auf Körperoberfläche

7.2 Auftriebskraft

$$F_A = \rho_{\text{Fluid}} V_{\text{verdrängteFluid}} g$$

8 Ähnlichkeitsanalyse

Siehe Skript Seite 50ff.

9 Volumenstrom

9.1 reibungsfrei

$$\dot{Q} = wA$$

9.2 reibungsbehaftet

$$\dot{Q} = \psi wA, \text{ wobei } \psi = \frac{A_E}{A} \text{ (Siehe Skript Seite 122)}$$

10 Verluste

Rohrreibungsverluste, Eintrittsverluste, Austrittsverluste, Krümmungsverluste (siehe Skript Seite 155)

11 Wirkungsgrad

$$\text{Hydraulischer Wirkungsgrad: } \eta = \frac{P_{\text{ges}} - P_{\text{Rohrreibungsverlust}}}{P_{\text{ges}}} = \frac{P - P_v}{P}$$

12 Leistungsberechnung

Bernoullipunkte kurz vor bzw. hinter die Turbine, Pumpe, ... legen.

Siehe Skript Seite 155, Vorsicht: $w_2 - w_1$.

13 Impulssatz

$$\int_A \rho \vec{w} dQ = \vec{F}_{\text{FreierTeil}} + \vec{F}_{\text{GebundenerTeil}} + \vec{F}_{\text{Volumenkraft=Gewichtskraft}}$$

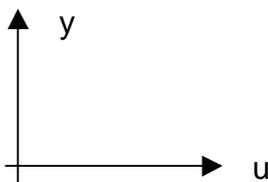
- Freie Kontrollfläche (KTF) in den Raum legen
- Gebundene Kontrollfläche an den Körper legen
- Wobei $dQ = \vec{w} d\vec{A}$ mit $dQ < 0$ einströmend, $dQ > 0$ ausströmend bei Strömungsrichtung in Achsrichtung. Bei entgegengesetzter Richtung invers.

- $\vec{F}_{\text{GebundenerTeil}}$: Körper \rightarrow Fluid (Stützkraft in positive Achsrichtung) und $-\vec{F}_{\text{GebundenerTeil}}$: Fluid \rightarrow Körper (Reaktionskraft); Schub entgegen der Achsrichtung
- $\vec{F}_{\text{FreierTeil}}$ oder $\vec{F}_{\text{GebundenerTeil}}$ in alle Koordinatenachsenrichtungen ausrechnen, wobei sich unbekannte Flächen rauskürzen müssen. Drücke in Richtung der Achse positiv, dagegen negativ.
- Widerstandskräfte im Impulsstrom werden mit $\vec{F}_{\text{GebundenerTeil}} = -\text{Wieder.kraft}$ berechnet.
- Im Impulssatz: $\Delta p = \frac{F}{A}$
- Impulssatz in alle Koordinatenachsenrichtungen ausrechnen.
- Bei gedrehten Problemen: Koordinatensystem drehen (I 16)
- Bei nicht konstanter Geschwindigkeit: Integral von w über die Fläche (DHP SS2000) ausrechnen.

14 Widerstandsbeiwert

$$c_w = \frac{W}{q_\infty A} = \frac{W}{\frac{\rho}{2} w^2 A} \quad \text{mit } W = \text{Widerstandskraft}$$

15 Strömungen mit Reibung



- Newton: $\tau = \eta \frac{du}{dy}$
- Kräftegleichgewicht am infinitesimalen Element
- Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial x}$ als solchen zuerst stehen lassen.
- Schwerkraft berücksichtigen
- Verschiedene Körperformen beachten: Spaltelement, Zylinderelement, ...
- τ am negativen Schnittpunkt, p in positiver Achsrichtung