

Formelsammlung Thermodynamik

Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS	1
ALLGEMEINES:	2
1. HAUPTSATZ:	4
ISOTHERM:	4
ISOBAR:	5
ISOCHOR:	5
REVERSIBEL – ADIABAT: (UNTER FALL VON <u>ISENTROP</u>).....	5
POLYTROP:	6
IDEALES GAS	6
MOLARE GRÖSSEN	6
THERMISCHE ZUSTANDSGLEICHUNG	7
GEMISCHE IDEALER GASE	7
2. HAUPTSATZ: (ENTROPIE S)	8
ENTHALPIE H:	9
ARBEITEN:	9
VOLUMENÄNDERUNGSARBEIT:	9
NUTZARBEIT:	9
TECHNISCHE ARBEIT:.....	9
2-PHASENGEBIET (NASSDAMPF)	10
DAMPFGEHALT	10
INTERPOLATION	10
EXERGIE:	10
WIRKUNGSGRAD	10
VERDICHUNG	10
TURBINE	11
LEISTUNGSZAHL	11
KREISPROZESSE	11
MOTOR	11
DREHZAHL	11
DIAGRAMME	12
2 PHASENGEBIET	12
ALLGEMEIN	12
EINHEITENUMRECHNER	12

Allgemeines:

Zeichen		Einheit
p	Druck	bar
m	Masse	kg
V	Volumen	m ³
H	Enthalpie	J
U	Innere Energie	J
S	Entropie	$\frac{\text{J}}{\text{K}}$
R _m	allgemeine molare Gaskonstante = 8,314 510	$\frac{\text{J}}{\text{molK}}$
v	spezifisches Volumen	$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$
u	spezifische innere Energie	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$
h	spezifische Enthalpie	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$
s	spezifische Entropie	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
R	spezifische Gaskonstante	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
T	Temperatur	K
E	Energie	J
W	Arbeit (meist Volumenänderungsarbeit)	J
Q	Wärme	J
E _{pot}	potentielle Energie	J
E _{kin}	kinetische Energie	J
n	Polytrophenexponent	
κ	Isentropenexponent	
c _p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
c _v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
x	Dampfgehalt	
M	Molmasse	$\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
N	Teilchenzahl	
n	Stoffmenge	mol
N _A	Avogadro-Konstante	$\frac{1}{\text{mol}}$
'	gesättigte Flüssigkeit	
"	gesättigter, trockener Dampf	
η	Wirkungsgrad	
ε	Leistungsziffer	
ε	Verdichtungsverhältnis	
V _H	Hubvolumen	
V _T	Totraumvolumen	
r	Verdampfungsenthalpie	

η_g	Gütegrad	
η_{mech}	mechanischer Wirkungsgrad	
η_{th}	theoretischer / thermischer Wirkungsgrad	
η_{eff}	effektiver Wirkungsgrad	
φ	Einspritzverhältnis	
γ	Volumenverhältnis	
ξ	Massenanteile, Gewichtsanteile	

1. Hauptsatz:

$$\frac{dE_{SYS}}{dt} = \frac{dU_{SYS}}{dt} = \frac{dH_{SYS}}{dt} = E_2 - E_1 = U_2 - U_1 = H_2 - H_1 = \sum (\dot{Q}_i + \dot{W}_i + \dot{E}_{Mat,i})$$

geschlossen (kein Massen zu- oder abfluss):

$$\sum \dot{E}_{Mat,i} = 0 \Rightarrow \frac{dE_{SYS}}{dt} = \frac{dU_{SYS}}{dt} = E_2 - E_1 = U_2 - U_1 = \sum (\dot{Q}_i + \dot{W}_i)$$

offen (Massen zu- oder abfluss): dann **immer mit Enthalpie H!**

$$\sum \dot{E}_{Mat,i} \neq 0$$

stationär (keine Änderung über die Zeit):

$$0 = \sum (\dot{Q}_i + \dot{W}_i + \dot{E}_{Mat,i})$$

instationär (Änderung über die Zeit):

$$\frac{dE_{SYS}}{dt} \neq 0$$

Q. Wärme

adiabat:

$$\sum \dot{Q}_i = 0 \Rightarrow \frac{dE_{SYS}}{dt} = \frac{dU_{SYS}}{dt} = E_2 - E_1 = U_2 - U_1 = \sum (\dot{W}_i + \dot{E}_{Mat,i})$$

diabat:

$$\sum \dot{Q}_i \neq 0$$

W: mechanische Arbeit, elektrische Energie

E_{Mat,i}: Materialfluss

$$\sum \dot{E}_{Mat,i} = [\Delta \dot{H} + \Delta \dot{E}_{pot} + \Delta \dot{E}_{kin}]$$

$$\Delta \dot{H} = \dot{m} * (h_2 - h_1) = \dot{m} * (u_2 - u_1 + p_2 * v_2 - p_1 * v_1)$$

$$\Delta \dot{E}_{pot} = \dot{m} * g * z_2 - \dot{m} * g * z_1 = \rho * \dot{v} * g * z_2 - \rho * \dot{v} * g * z_1$$

$$\Delta \dot{E}_{kin} = \frac{1}{2} \dot{m} * w_2^2 - \frac{1}{2} \dot{m} * w_1^2$$

Isotherm:

Polytropenexponent: $n = 1$

Temperatur (T) = konstant; $p * v^1 = \text{konstant}$

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = 0; p * v = R * T_0 = \text{konstant}; \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

1. Hauptsatz	$Q_{12} + W_{12} = 0$
Wärmeenergie	$Q_{12} = -m * R * T * \ln \frac{V_1}{V_2} = -m * R * T * \ln \frac{p_2}{p_1} = -p_1 * V_1 * \ln \frac{V_2}{V_1}$
Volumenänderungsarbeit	$W_{12} = m * R * T * \ln \frac{V_1}{V_2} = m * R * T * \ln \frac{p_2}{p_1} = p_1 * V_1 * \ln \frac{V_2}{V_1}$
Änderung der inneren Energie	$\Delta U = 0$
Änderung der Entropie	$\Delta S = m * R * \ln \frac{V_2}{V_1} = m * R * \ln \frac{p_1}{p_2}$

Isobar:Polytrophenexponent: $n = 0$ Druck (p) = konstant; $p \cdot v^0 = \text{konstant}$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dT}{T}; \frac{v}{T} = \frac{R}{p_0}; \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

1. Hauptsatz	$Q_{12} + W_{12} = \Delta U$
Wärmeenergie	$Q_{12} = c_p \cdot m \cdot \Delta T$
Volumenänderungsarbeit	$W_{12} = -p \Delta V = -m \cdot R \cdot \Delta T$
Änderung der inneren Energie	$\Delta U = c_v \cdot m \cdot \Delta T = \frac{R}{\kappa - 1} \cdot m \cdot \Delta T = Q_{12} + W_{12}$
Änderung der Entropie	$\Delta S = c_p \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \cdot m \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

Isochor:Polytrophenexponent: $n \rightarrow \infty$ Volumen (V) = konstant; $p \cdot v^\infty = \text{konstant}$

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}; \frac{p}{T} = \frac{R}{v_0}; \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

1. Hauptsatz	$Q_{12} = \Delta U$
Wärmeenergie	$Q_{12} = \Delta U = c_v \cdot m \cdot \Delta T = \frac{R}{\kappa - 1} \cdot m \cdot \Delta T$
Volumenänderungsarbeit	$W = 0$
Änderung der inneren Energie	$\Delta U = Q_{12} = c_v \cdot m \cdot \Delta T = \frac{R}{\kappa - 1} \cdot m \cdot \Delta T$
Änderung der Entropie	$\Delta S = c_v \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \cdot m \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$

reversibel – adiabat: (unter Fall von isentrop)Polytrophenexponent: $n = \kappa$: IsentropenexponentWärme (Q): $dq = 0$; $p \cdot v^\kappa = \text{konstant}$; $ds = dq + dw_R = 0$

$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^\kappa = \frac{p_1}{p_2}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1}; \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

1. Hauptsatz	$W_{12} = \Delta U$
Wärmeenergie	$Q_{12} = 0$
Volumenänderungsarbeit	$W_{12} = \Delta U = c_v \cdot m \cdot \Delta T = \frac{m \cdot R}{\kappa - 1} \Delta T = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1}$
Änderung der inneren Energie	$\Delta U = W_{12} = c_v \cdot m \cdot \Delta T = \frac{m \cdot R}{\kappa - 1} \Delta T = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1}$
Änderung der Entropie	$\Delta S = 0$

polytrop:

Polytrophenexponent: $n \neq \kappa$: Isentropenexponent

$$p * v^n = \text{konstant}$$

$$\frac{dp}{p} = -n \frac{dv}{v}; \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{-n} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}$$

$$\frac{Q_{12}}{W_{12}} = \frac{n - \kappa}{\kappa - 1}$$

1. Hauptsatz	$Q_{12} + W_{12} = \Delta U$
Wärmeenergie	$Q_{12} = c_v * m * \frac{n - \kappa}{n - 1} * \Delta T = \frac{R}{\kappa - 1} * m * \frac{n - \kappa}{n - 1} * \Delta T$
Volumenänderungsarbeit	$\begin{aligned} W_{12} &= \frac{m * R}{n - 1} * \Delta T = \frac{p_2 * v_2 - p_1 * v_1}{n - 1} = \\ &= \frac{m * R * T_1}{n - 1} * \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} - 1 \right] = \frac{n * R * T_1}{n - 1} * \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \\ &= \frac{p_1 * V_1}{n - 1} * \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \end{aligned}$
Änderung der inneren Energie	$\Delta U = c_v * m * \Delta T = \frac{R}{\kappa - 1} * m * \Delta T = Q_{12} + W_{12}$
Änderung der Entropie	$\Delta S = c_v * m * \frac{\kappa - n}{n - 1} * \ln \frac{T_1}{T_2}$

ideales Gas

molare Grössen

$$R = \frac{R_m}{M}$$

$$\text{Molzahl } u = \frac{N}{N_A}$$

$$\text{Molmasse } u = \frac{N}{N_A}$$

$$\text{Molvolumen } V_m = \frac{V}{n} = M * v$$

$$\text{molare innere Energie } U_m = \frac{U}{n} = M * u$$

$$\text{molare Enthalpie } H_m = \frac{H}{n} = M * h$$

$$\text{molare Entropie } S_m = \frac{S}{n} = M * s$$

$$\text{molare Wärmekapazität } c_m = \frac{C}{n} = M * c$$

$$\text{molare Masse: } M = \frac{m}{n}$$

thermische Zustandsgleichung

$$\frac{p_1 * V_1}{T_1} = \frac{p_2 * V_2}{T_2}$$

$$p * v = R * T$$

$$p * V = m * R * T$$

$$p * V = n * R_m * T$$

$$\rho = \frac{1}{v}$$

$$R = \frac{R_m}{M} = \frac{N}{m} * R_m$$

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

$$c_p = \frac{\kappa * R}{\kappa - 1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R = c_p - c_v$$

Gemische idealer Gase

$$c_{v, \text{Mischung}} = \sum \xi_i * c_{v,i}$$

$$c_{p, \text{Mischung}} = \sum \xi_i * c_{p,i}$$

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} = \frac{\xi_i * m}{V}$$

$$\xi_i = \frac{m_i}{m} = \frac{m_i}{\sum m_i} = \gamma_i * \frac{M_i}{M_{\text{Mischung}}} = \gamma_i * \frac{R_{\text{Mischung}}}{R_i}; \sum \xi_i = 1; \sum m_i = m$$

$$\gamma_i = \frac{n_i}{n} = \frac{v_i}{v} = \frac{p_i}{p} = \xi_i * \frac{M_{\text{Mischung}}}{M_i}; \sum \gamma_i = 1; \sum n_i = n$$

$$\text{vor der Mischung (Volumenverhältnis): } \frac{v_i}{v}; \sum_i v_i = v$$

$$\text{nach der Mischung (Partialdruckverhältnis): } \frac{p_i}{p}; \sum_i p_i = p; p_i = \gamma_i * p$$

spezifische Gaskonstante der Mischung:

$$R_{\text{Mischung}} = \sum \xi_i * R_i = \frac{1}{\sum \frac{\gamma_i}{R_i}} = \frac{R_m}{\sum (\gamma_i * M_i)} = R_m * \sum \frac{\xi_i}{M_i} = \frac{R_m}{M_{\text{Mischung}}}$$

$$\text{molare Masse der Mischung: } M_{\text{Mischung}} = \frac{\sum m_i}{\sum n_i} = \frac{R_m}{R_{\text{Mischung}}} = \sum \gamma_i M_i$$

$$\frac{v_i}{v} = \frac{p_i}{p} = \frac{n_i}{n} = \xi_i * \frac{M_{\text{Mischung}}}{M_i} = \gamma_i$$

Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten: $\kappa_{\text{Mischung}} = 1 + \frac{1}{\sum \frac{\gamma_i}{\kappa_i - 1}}$

Wärmemenge:

$$Q = E_2 - E_1 = U_2 - U_1 = H_2 - H_1 = m * c * \Delta T$$

$$U = m * c_v * T$$

$$Q = m * c_p * T$$

$$H = m * c_p * T$$

Wärmeinhalt:

$$Q = H = U = m * c * T$$

(c: Wärmekapazität;

T: Temperatur;

ΔT : Temperaturänderung)

2. Hauptsatz: (Entropie S)

Aggregat- und Temperaturwechsel (flüssig -> gasförmig,...) beachten

$$dS = dS_a + dS_i$$

($dS_a = \frac{dQ}{T}$: Austauschvorgänge mit der Umgebung, Entropietransport;

$dS_i = \frac{dW_R}{T}$: Dissipation, Entropieerzeugung, Entropieproduktion; nur innerhalb des Systems)

$dS_i < 0$: nicht möglich	$dS_a < 0$: Wärmeabfuhr
$dS_i = 0$: reversibler Prozess	$dS_a = 0$: adiabates System
$dS_i > 0$: irreversibler Prozess	$dS_a > 0$: Wärmetransport
$dS < 0$	$dS_a < 0$ und $ dS_a > dS_i $
$dS = 0$	$dS_a = 0 = dS_i$
$dS > 0$	$dS_a \leq 0$ und $ dS_a < dS_i$ oder $dS_a > 0$

geschlossene Systeme: $dU = TdS - pdV$

offene Systeme: $dH = TdS + Vdp$

ideale Gase:

$$\text{geschlossen (geg.: } T, v): s_2 - s_1 = c_v * \ln \frac{T_2}{T_1} + R * \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{offen (geg.: } T, p): s_2 - s_1 = c_p * \ln \frac{T_2}{T_1} - R * \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\text{geg.: } p, v: s_2 - s_1 = c_v * \ln \frac{p_2}{p_1} - R * \ln \frac{v_2}{v_1}$$

flüssige Stoffe:

$$\text{geschlossen: } s_2 - s_1 = c_v * \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{offen: } s_2 - s_1 = c_p * \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Enthalpie H:

(bei offenen Systemen)

$$H = p * V + U$$

$$h = p * v + u \quad (\text{gilt auch im 2 Phasengebiet})$$

$$dH = pdV + Vdp + U$$

$$dh = pdv + vdp + u$$

$$\text{Isobar: } (dp = 0) \Rightarrow dh = du + pdv$$

$$\text{Isochor: } (dv = 0) \Rightarrow dh = du + vdp$$

$$\text{Ideales Gas: } dh = c_p dT$$

$$h = c_p T$$

$$du = c_v dT$$

$$u = c_v T$$

$$\text{adiabate Drosselung: } dh = 0$$

$$\text{ideales Gas: } T_1 = T_2 \text{ da } dh = 0 \leftrightarrow c_p * (T_1 - T_2)$$

Arbeiten:

Volumenänderungsarbeit:

$$(\text{bei geschlossenen Systemen}) \quad W_{v12} = \int_1^2 -pdV$$

$$p = \text{konstant} : w_{v12} = \int_1^2 -pdv = -p \int_1^2 dv = -p * (v_2 - v_1)$$

$$T = \text{konstant} : w_{v12} = \int_1^2 -pdv \xrightarrow{\text{mit: } pv=RT} \int_1^2 -\frac{R * T}{v} dv = -R * T \int_1^2 \frac{1}{v} dv = -R * T * \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

Nutzarbeit:

$$W_{n12} = -\int_1^2 (p_{\text{System}} - p_{\infty}) dV = W_{v12} - W_{\infty 12}$$

Aufgabe Nr. 26: die Arbeit, die man aus dem System abgreifen kann. Unter Umständen mit Volumenänderungsarbeit kombiniert.

technische Arbeit:

$$(\text{bei offenen Systemen}) \quad W_{t12} = \int_1^2 Vdp$$

2-Phasengebiet (Nassdampf)

Dampfgehalt

$$x = \frac{m_D}{m_{\text{ges}}} = \frac{m_D}{m_{\text{Fl}} + m_D} = \frac{m''}{m' + m''} = \frac{z - z'}{z'' - z'}; (z = v, u, h, s, \dots)$$

$$z = z' + x * (z'' - z'); (z = v, u, s, h, \dots)$$

falls u nicht tabellisiert ist: $u = h - p * v$

$$h = h' + x * (h'' - h') = h' + x * r; r := T * (s'' - s') = (h'' - h')$$

$$z = \frac{Z}{m}; (z = v, V, u, U, h, H, s, S, \dots)$$

Interpolation

$$\frac{z - z_b}{z_b - z_a} = \frac{y - y_b}{y_b - y_a}; (z = h, v, u, s, \dots)$$

Exergie:

maximal abgebare Leistung:

$$\text{offen: } w_{\text{max}} = -w_t = w_{\text{ex}} = h_2 - h_1 - T_{\infty} * (s_2 - s_1) + \frac{c^2}{2} + g * (z_2 - z_1)$$

$$\text{geschlossen: } w_{\text{max}} = w_t = -w_{\text{ex}} = u_2 - u_1 - T_{\infty} * (s_2 - s_1) + p_{\infty} * (v_2 - v_1)$$

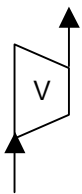
Anergie:

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{|\text{Nutzen}|}{|\text{Aufwand}|}; \text{ bei konstanter Temperatur: } \eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_A - T_B}{T_A}$$

Verdichtung

adiabat \Leftrightarrow isentrop



$$\eta_v = \frac{z^* - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{1}{\eta_T}; (z = h, T); (z^* = \text{ideal (Wirkungsgrad} = 1))$$

zuerst z^* mit Formeln Seite 4 ff. lösen

Turbine

adiabat \Leftrightarrow isentrop



$$\eta_T = \frac{z_2 - z_1}{z^* - z_1} = \frac{1}{\eta_v}; (z = h, T); (z^* = \text{ideal (Wirkungsgrad} = 1))$$

zuerst z^* mit Formeln Seite 4 ff. lösen

Leistungszahl

$$\varepsilon = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}}; \text{ bei konstanter Temperatur: } \varepsilon_{\text{Carnot}} = \frac{T_B}{T_A - T_B}$$

Kreisprozesse

rechtsläufig (Uhrzeigersinn): Wärmekraftmaschinen (Motoren,...): bringen Wärme vom wärmeren ins kältere

linksläufig: Kältemaschinen, Kühlung, Wärmepumpen: bringen „Wärme“ (Kälte) vom kühleren ins wärmere

Carnotprozess	s-T-s-T
Ericssonprozess	T-p-T-p
Stirlingprozess	T-v-T-v
Jouleprozess	s-p-s-p
Dieselpsprozess	s-p-s-v
Seilingerprozess	s-v-p-s-v
Ottoprozess	s-v-s-v

Motor

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_T + V_H}{V_T}; V_1: 1. \text{ Hub}; V_2: 2. \text{ Hub}$$

$$V_H = V_2 - V_1 = A * h = \frac{\pi * d^2}{4} * h$$

$$w_{\text{eff}} = \eta_m * \eta_g * w_{\text{th}}$$

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{th}} * \eta_g * \eta_{\text{mech}}$$

$$P_{\text{eff}} = n_d * m * w_{\text{eff}}$$

Drehzahl

$$\text{bei Viertaktmotor: } n = \frac{n_D}{2}$$

$$\text{bei Zweitaktmotor: } n = n_D$$

Diagramme

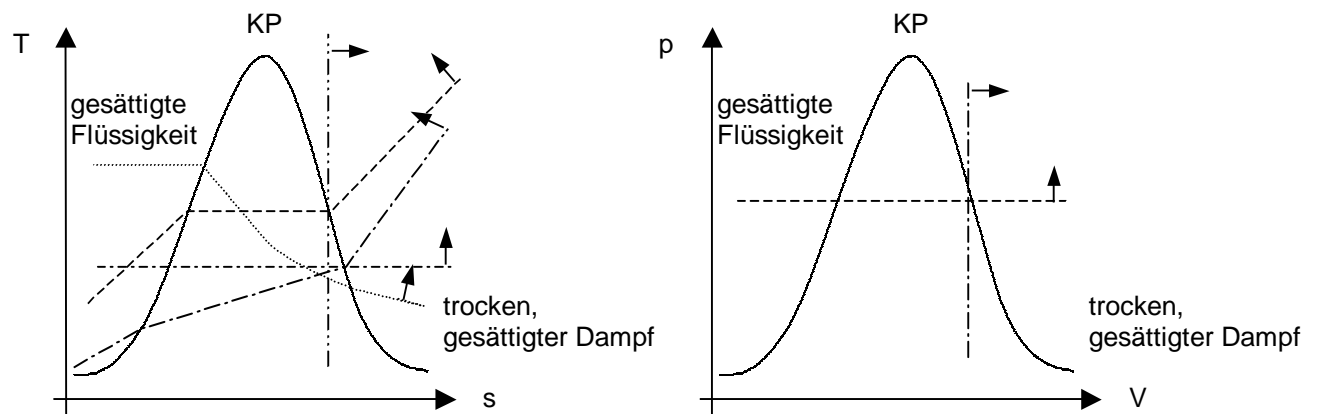
bei Flüssigkeitsabscheidern befindet man sich unter der Dampfdruckkurve.

Vorgehensweise:

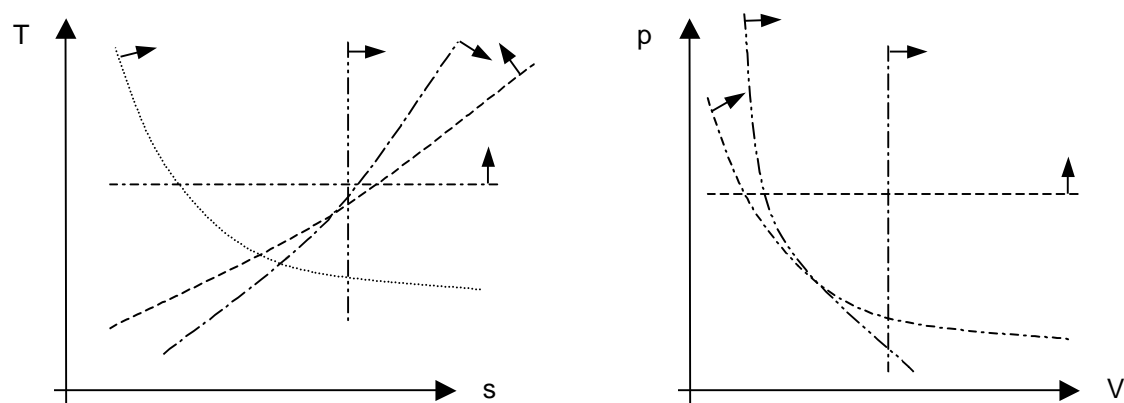
Einzeichnen der Zustände und der Zustandsänderungen im T-s-Diagramm: isobare zuerst
im p-V-Diagramm: isotherme zuerst

isentrope $s = \text{konstant}$ $n = \kappa$	isobare $p = \text{konstant}$	isochore $v = \text{konstant}$	isotherme $T = \text{konstant}$	isenthalpe $h = \text{konstant}$
--	----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------

2 Phasengebiet



allgemein



Einheitenumrechner

$$10^5 \text{ Pa} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ bar}$$

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 * 10^3 \text{ dm}^3 = 1 * 10^6 \text{ cm}^3 = 1 * 10^9 \text{ mm}^3$$